INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN DOLJ
Str. Ion Maiorescu Nr. 6, 200760 Craiova,
Telefon 0251/420961; 0351/407395 (407397) Fax: 0251/421824, 0351/407396
E-mail: isjdolj@isjdolj.ro Web: www.isjdolj.ro
MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI CERCETĂRII

Examenul național de bacalaureat 2025
Simulare județeană
Proba E.c) Matematică *M_șt-nat*

Varianta 1

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p 1. Se consideră progresia geometrică $(b_n)_{n\geq 1}$, cu $b_5 = 8$ și $b_6 = 4$. Arătați că numărul $\sqrt{\frac{b_1}{2}}$ este natural.

5p 2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + x - 3$. Determinaţi numărul real a, ştiind că punctul $P\left(a+1, a^2+11\right)$ este situat pe graficul funcţiei f.

5p 3. Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_3(2x+1) = \log_2 8$.

5p 4. Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr x din mulţimea numerelor naturale de două cifre, numărul $\frac{x}{2}$ să facă parte din intervalul $(20; 23)$.

5p 5. În reperul xOy se consideră punctele $A(3,-4)$ şi $B(-2,0)$. Determinați numărul real m pentru care vectorii $\overrightarrow{AB}$ şi $\vec{u} = 2m\vec{i} - (m+3)\vec{j}$ sunt coliniari.

5p 6. Se consideră $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ astfel încât $\sin x = \frac{2}{3}$. Arătaţi că $\operatorname{tg} x = \frac{2}{\sqrt{5}}$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ şi $B(x) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & x \\ x & 1 & 0 \\ 0 & x & 1 \end{pmatrix}$, unde x este un număr real.

5p **a)** Arătaţi că $\det A = 1$.

5p **b)** Arătaţi că $B(x)\cdot B(y) - xyA = B(x+y)$, oricare ar fi numerele reale x și y.

5p **c)** Pentru fiecare număr întreg nenul k se consideră matricea $C(k) = B\left(\frac{2}{k}\right) - \frac{2}{k}A$. Determinați numerele k pentru care $\det C(k)$ este număr întreg.

2. Pe mulţimea numerelor reale se consideră legea de compoziţie $x * y = x^2y^2 - x^2 - y^2 + 2$.

5p **a)** Arătaţi că $0 * (-1) = 1$.

5p **b)** Determinați numerele reale x pentru care $(x+1) * x = x * (x-1)$.

5p **c)** Arătaţi că dacă x și y sunt numere reale astfel încât $|x| \geq 2$ și $|y| \geq 3$, atunci $\sqrt{x * y} \geq 5$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcţia $f:(0,\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x) = \left(2x^2 - 4x\right)\cdot \ln x - 3x^2 + 8x$.

5p **a)** Arătaţi că $f'(x) = 4(x-1)(\ln x - 1)$, $x \in (0,\infty)$.

5p **b)** Calculaţi $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{f(x) + 3x^2 - 8x}{x\cdot f'(x)}$.

5p **c)** Arătaţi că $\frac{12e-5}{e^2} \leq f\left(\frac{1}{x}\right) \leq 5$, pentru orice $x \in [1, e]$.

2. Se consideră funcţia $f:(-1,\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=e^x\cdot\sqrt{x+1}$.

5p **a)** Arătaţi că $\int_0^{\ln 2}\frac{f(x)}{\sqrt{x+1}}\mathrm{d}x=1$.

5p **b)** Calculaţi $\int_0^1 f\left(x^2-1\right)\mathrm{d}x$.

5p **c)** Determinaţi numărul real m pentru care $2\int_0^1(x+1)f(x)\mathrm{d}x=m-3\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$.